

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭМПИРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАЛЛЕЛИЗМА В ПОВЕДЕНИИ НА ТОРГАХ

**Шашитко А.Е., Шашитко А.А.<sup>1</sup>**

### Аннотация

*Статья посвящена стандартам экономического анализа в антимонопольных делах на примере дела по статье об ограничивающих конкуренцию соглашениях хозяйствующих субъектов (ст. 11 Федерального закона «О защите конкуренции» N 135-ФЗ от 26 июля 2006 г.). В статье предложен методологический подход к анализу параллельного поведения компаний на аукционе, основанный на экономической теории и количественном анализе результатов аукциона. Разработка новых методологических подходов необходима для применения норм антимонопольного законодательства в условиях, когда поведение компании не может быть квалифицировано как нарушение *per se*. Предложенный анализ параллельного поведения компаний на аукционе состоит из трех основных частей: выявление внешних факторов, которые обуславливают синхронное поведение компаний; демонстрация приводящей к наблюдаемому поведению мотивации компаний, обусловленной данными факторами; количественный анализ данных для установления вероятности такой мотивации компаний. Согласно полученным результатам, наблюдаемый параллелизм в поведении может не являться следствием сговора, а быть вызванным внешними экономическими факторами. На основании данных о результатах торгов за право на установку рекламных конструкций в одном из российских городов, с помощью метода математического анализа, теории вероятности, теории игр и математической статистики было продемонстрировано, как сложившиеся условия на рынке могли привести к наблюдаемому поведению компаний и с какой вероятностью наблюдаемое поведение могло иметь место без предварительного соглашения между компаниями. Сделан вывод, что вероятность наблюдаемого поведения компаний без предварительного соглашения более 50%. Идея предложенной структуры экономического анализа может быть использована при рассмотрении широкого круга антимонопольных дел о сговоре и согласованных действиях.*

<sup>1</sup> Шашитко Андрей Евгеньевич – доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой конкурентной и промышленной политики экономического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова; руководитель Центра исследований конкуренции и экономического регулирования РАНХиГС при Президенте РФ. Адрес: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1. E-mail: aes99@yandex.ru

Шашитко Анастасия Андреевна – кандидат экономических наук, научный сотрудник Центра исследований конкуренции и экономического регулирования РАНХиГС при Президенте РФ; младший научный сотрудник экономического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Адрес: 119571, г. Москва, пр. Вернадского, д. 82–84. E-mail: shastitkoanastasia@gmail.com

**Ключевые слова:** согласованные действия; параллельные действия; стандарты экономического анализа; антимонопольная политика; аукцион.

## Введение

Для вынесения решений по антимонопольным делам необходима интерпретация поведения компаний, основанная на экономическом анализе, когда одно и то же поведение компаний может быть квалифицировано как допустимое или как нарушение антимонопольного законодательства в зависимости от того, что стало причиной совершения компанией того или иного действия. Например, снижение цены может быть как следствием ценовой конкуренции, когда компании снижают цены для привлечения потребителей, так и стратегией хищнического ценообразования, когда компания снижает цену для вытеснения конкурентов с рынка. Для того чтобы различить две данные ситуации, используется анализ условий, в которых осуществляется данное поведение, а также его последствий. Экономическая теория позволяет связать наблюдаемое поведение с возможными или наблюдаемыми последствиями, а также необходимыми условиями для той или иной мотивации поведения компаний.

Так, если компания, занимающая доминирующее положение на рынке, назначает цену ниже суммы необходимых для производства и реализации такого товара расходов и прибыли, а также ниже цены, сформировавшейся в условиях конкуренции на сопоставимом товарном рынке, то ее поведение может быть квалифицировано как хищническое ценообразование, что соответствует нарушению ст. 7 Федерального закона «О защите конкуренции» (монопольно низкая цена). Это обусловлено тем, что компания, максимизирующая прибыль, может опускать цену ниже издержек, только если она рассчитывает впоследствии компенсировать убытки за счет монопольно высокой цены после выхода конкурентов с рынка (Fumagalli, Motta, 2013; Ordovery, Saloner, 1989).

Поведение компании, совершающей параллельные действия, имеющие негативные последствия для контрагентов, например синхронное повышение цен, также может быть интерпретировано как согласованные действия (ст. 11 Федерального закона «О защите конкуренции» (Запрет на ограничивающие конкуренцию соглашения хозяйствующих субъектов)) или как параллельное поведение, обусловленное внешними экономическими причинами (Kovacic et al., 2011; Page, 2007; Werden, 2004).

Когда компании были уличены в синхронных действиях, которые имели негативные последствия для их контрагентов, в случае, если, согласно рыночным условиям, они имели возможность осуществлять согласованные действия, то бремя доказывания фактически перемещается в сторону таких компаний. То есть компаниям в такой ситуации необходимо показать, что их поведение было вызвано внешними причинами и стало проявлением естественного, а не сознательного параллелизма в поведении.

Однако для суда может оказаться недостаточно того, что поведение компаний могло быть мотивировано внешними причинами, хотя, разуме-

ется, их значение должно быть тоже обосновано. Необходимо также предоставить аргументы в пользу того, что именно такая мотивация поведения является более вероятной по сравнению с согласованными действиями.

В данной работе рассмотрено дело из российской антимонопольной практики против компаний, предоставляющих конструкции для размещения наружной рекламы. Они были обвинены в сговоре при участии в торгах на право заключения договоров на установку и эксплуатацию рекламных конструкций на земельных участках муниципальной собственности города Курска в 2014 г.<sup>2</sup> Контрагентом в данной ситуации является комитет архитектуры и градостроительства города Курска. Негативный эффект, как предполагалось в претензиях со стороны антимонопольного органа, заключался в том, что были недополучены деньги в бюджет, так как все лоты были проданы по минимальной цене, тогда как за полгода до этого лоты были проданы по цене, в несколько раз превышающей начальную. Исследовательская задача состояла в том, чтобы (1) показать, возможны ли без полной информированности каждого участника о поведении и намерениях других участников торгов такие результаты открытого аукциона, а также (2) какова вероятность таких результатов торгов без предварительного соглашения участников о поведении каждого из них. Данные задачи обусловлены реальными вопросами Федеральной антимонопольной службы к компаниям-участникам аукциона в рассматриваемом антимонопольном деле.

Рассматриваемый аукцион соответствует устному английскому аукциону с одновременными ставками (*oral simultaneous ascending-bid auction*). Согласно исследованиям, английский аукцион и аукцион Викри (*second-price sealed-bid auction*) наиболее подвержены сговору (Marshall, Marx, 2008). Преимуществом аукционов является то, что они позволяют наиболее точно выявить равновесную рыночную цену. Чем большей информацией обладают участники аукциона, тем более точно может быть выявлена равновесная цена. Однако увеличение информированности участников увеличивает и риск сговора (Cramton, Schwartz, 2000).

Как при явном, так и при неявном сговоре поведение в рамках сговора должно быть выгодно каждому из его участников по сравнению с ситуацией вне сговора. Разница в том, что при явном сговоре его участники напрямую договариваются, поэтому факторы, поддерживающие сговор, могут быть внешними относительно аукциона (например, договоренность о передаче части прибыли). При неявном сговоре его участники обмениваются сигналами и определяют намерения других участников на основании их поведения и его последствий. То есть факторы, поддерживающие сговор, являются внутренними относительно аукциона.

Бруско и Лопомо (Brusco, Loporomo, 2002) в своей работе показали, что неявный сговор является равновесием на английских аукционах, когда разыгрывается множество лотов и каждый из них имеет разную ценность для участников аукциона. Также авторы установили, что вероятность сговора

<sup>2</sup> Сайт Федеральных арбитражных судов Российской Федерации: [www.arbitr.ru](http://www.arbitr.ru) (Дело № А35-10181/2015).

падает, когда растет отношение количества участников аукциона к количеству разыгрываемых лотов. На английских аукционах наказание за отклонение от договоренности может происходить в процессе аукциона, что способствует поддержанию сговора (Cramton, 1998). Также Крамтон отмечает, что для снижения вероятности сговора необходимо ограничивать доступную для участников информацию, например оглашать только выигрышные ставки, но не самих победителей; использовать значительный шаг, чтобы участники не могли использовать незначительные суммы для сигналов.

Английский аукцион также обладает факторами, которые делают явный сговор стабильным даже в случае, когда разыгрывается один лот, так как для определенного заранее победителя следование договоренности является доминирующей стратегией, а выигрыш остальных участников идентичен как в случае отклонения от договоренности, так и в случае следования последней (Robinson, 1984). Явный сговор может быть успешным, если по сравнению с его отсутствием снижается цена лота (Marshall, Meurer, 2004). Данный вывод основан на предпосылке о том, что участнику имеет смысл делать ставку только в случае, когда она для него ниже ценности соответствующего лота, а также когда все участники, но не организаторы аукциона, знают оценки всех лотов друг друга. Тогда только у участника, который выше всех оценивает определенный лот, есть мотивация вести себя так же, как и в отсутствии сговора. У других мотива отклоняться от сговора нет, так что все равно лот выиграет тот, кто оценивает его выше и, соответственно, готов заплатить больше. Таким образом, успешность сговора зависит от готовности участников аукциона делиться частной информацией о ценности лотов для каждого из них.

Розыгрыш больше чем одного лота обогащает механизм наказания за отклонение от сговора (Porter, 2004). Другим фактором, который увеличивает вероятность сговора, является то, что каждый из участников аукциона по-разному оценивает лоты. Остается только выработать механизм распределения выигрыша, который недополучит организатор аукциона. Двумя основными механизмами являются:

- 1) распределение лотов до официального проведения аукциона (pre-sale knockout auction), когда на официальном аукционе заранее определенный победитель делает ставки, а остальные участники сговора либо не делают ставок, либо предлагают очень низкие ставки, чтобы создать видимость конкурентной борьбы;
- 2) распределение лотов после официального аукциона (post-sale knockout auction), когда в официальном аукционе участвует один представитель участников сговора и распределение выигранных им лотов между остальными участниками происходит после официального аукциона.

Стоит заметить, что мотивация к участию в сговоре снижается, если участники аукциона принимают во внимание возможные последствия в случае обнаружения сговора антимонопольными органами, а использование механизмов распределения выигрыша, недополученного организаторами аукциона, является свидетельством существования сговора. В случае использования подхода ротации заявок (bid rotation scheme) то, как распределяются

заявки, может позволить выявить сговор (Kovacic et al., 2006). Также авторы отмечают, что в английском аукционе многие участники могут не делать ставок, если цена за лот выросла выше их ожиданий, даже в отсутствие сговора. Наконец, авторы установили, что чем реже происходят аукционы, тем ниже вероятность сговора. В другой работе (Grimm et al., 2001) было показано, что результат аукциона, в котором лоты приобретены по низким ценам, может иметь место в отсутствие как явного, так и неявного сговора.

Существует также немало эмпирических исследований о сговоре на английских аукционах, например антимонопольное дело об аукционе на рынке древесины, когда эмпирический анализ был направлен на определение оптимальной начальной цены для максимального выигрыша организатора аукциона (Baldwin et al., 1997). Наконец, множество экспериментов также посвящено вопросу вероятности сговора на аукционах. Например, в работе Шерстюк (Sherstyuk, 2002) было выявлено, что инициатива к сговору присутствует при любом положительном выигрыше.

Экономический анализ является одним из ключевых компонентов контроля за соблюдением антимонопольного законодательства (Авдашева, 2012). В антимонопольных делах частота использования экономического анализа и его глубина варьируются. Экономический анализ может быть более формальным, когда он следует Порядку проведения анализа состояния конкуренции на товарном рынке, утвержденному Приказом ФАС от 28 апреля 2010 г. N 220, а может быть более глубоким, когда для анализа поведения компаний используются теоретические модели, а также эмпирическая верификация выводов таких моделей для рассматриваемого случая (Katsoulacos, Avdasheva, Golovanova, 2016).

В первой части данной работы предложен анализ внешних факторов, которые могли обуславливать параллельное (синхронное) поведение компаний, а также предложена модель, демонстрирующая, как такие условия могли привести к наблюдаемому поведению компаний. Таким образом, первая часть анализа отвечает на вопрос: возможно ли наблюдаемое поведение компаний без предварительного соглашения? Анализ в первой части построен на стандартных предпосылках неоклассической теории. Он показывает, что, исходя из данных предпосылок, поведение компаний могло быть обусловлено внешними факторами, а не сговором. Во второй части работы предложен эмпирический анализ данных о результатах проведения аукциона, на основании которого была рассчитана вероятность наблюдаемого результата аукциона без предварительного соглашения его участников. То есть вторая часть анализа отвечает на вопрос: какова вероятность наблюдаемого поведения компаний без предварительного соглашения?

## Возможно ли наблюдаемое поведение компаний без предварительного соглашения?

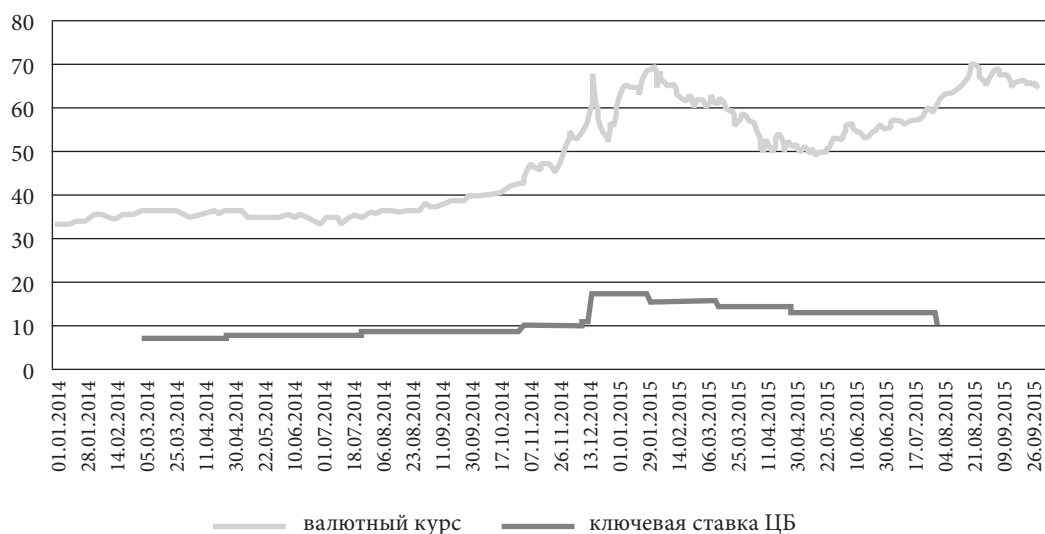
В течение 2014 г. в городе Курске несколько раз проводились аукционы на право размещения рекламных конструкций. Поводом для антимонопольного разбирательства стало то, что в июне 2014 г. участники аукциона

выкупали право на установку рекламных конструкций с превышением фактической цены по сравнению с первоначальной в среднем от 3,30 до 6 раз (в зависимости от набора данных) выше первоначальной. При этом что в декабре того же года фактическая цена не отличалась от начальной, хотя сама начальная цена была несколько выше, чем в случае розыгрыша лотов первой волны. Причиной данного феномена может быть принципиальное различие условий в проведении указанных торгов – изменение экономической конъюнктуры и связанные с ней действия властей, в том числе:

- резкие изменения валютного курса (см. график 1);
- резкое повышение ключевой ставки ЦБ РФ (примерно за неделю до проведения второй волны аукциона, но после подачи документов) (см. график 1);
- эффекты санкций со стороны Европейского союза, Соединенных Штатов Америки, некоторых других стран и ответных мер со стороны России.

График 1

**Валютный курс (январь 2014 – октябрь 2015 г.), руб./долл.,  
учетная ставка процента ЦБ РФ (2013–2015), %**



**Источники:** <http://www.finmarket.ru/currency/rates/?id=10148&pv=1&cur=52148&bd=1&bm=1&by=2014&showchart=on&ed=4&em=10&ey=2015&cx=55&y=14#archive>; [http://www.banki.ru/wikibank/klyuchevaya\\_stavka/](http://www.banki.ru/wikibank/klyuchevaya_stavka/)

Спрос на право размещения рекламных конструкций непосредственно связан со спросом на рекламу. Приобретение данного права входит в издержки участников рынка рекламных конструкций, а доход таких компаний обусловлен спросом на размещение рекламы. Следует учитывать, что рекламный бизнес относительно более чувствителен к изменениям конъюнктуры, чем другие сферы экономической деятельности. Это связано с тем, что одна из приоритетных статей расходов компаний в случае необходимо-

сти сокращения – это расходы на рекламу. Соответственно, данное обстоятельство приводит к снижению цены спроса со стороны компаний, которые производят товары и услуги, в сфере рекламного бизнеса, включая наружную рекламу. В свою очередь, указанное обстоятельство не может не повлиять на готовность компаний участвовать в аукционах на получение права установки и эксплуатации рекламных конструкций. Ожидания, сформировавшиеся в декабре 2014 г., могли отражать наиболее острую фазу кризиса, которая пришлась именно на этот период.

В декабрьском аукционе 2014 г. участвовали пять компаний, разыгрывались 67 лотов. Лотами были рекламные конструкции двух форматов, различающиеся также по первоначальной цене (шесть разных цен, из которых самая низкая более чем в два раза меньше самой высокой) и по расположению в городе Курске (адрес). Аукцион проходил по принципу английского аукциона (*ascending-bid auction or English auction*), когда назначается первоначальная цена, а участники аукциона могут открыто повышать цену согласно заявленному шагу; выигрывает тот, кто заявил последнюю максимальную цену. В рассматриваемом аукционе участвовали представители компаний, и тот, кто заявлял готовность приобрести лот по первоначальной цене первым, в отсутствие других предложений, считался победителем розыгрыша.

Результатом аукциона, являющегося предметом антимонопольного разбирательства, стало определение победителей по начальной цене для всех 67 лотов. Ценовые предложения других участников, учитывая, что по каждому лоту имелось от одного до четырех соперников, предварительно зарегистрировавшихся для участия в торгах и имевших возможность подачи ценового предложения, не последовали. Чтобы понять то, как становится возможным получить наблюдаемые результаты аукциона без полной информированности каждого участника о поведении и намерениях других участников торгов, необходимо показать, как при определенных условиях независимые друг от друга стратегии компаний приводят к таким результатам и что способствует возникновению такого рода условий. Результатом является то, что по всем разыгрываемым лотам победитель заплатил начальную цену. Это означает отсутствие альтернативных ценовых предложений по одному и тому же лоту. Можно предположить, что компании, участвующие в аукционе, согласны заплатить как минимум начальную цену, так как в противном случае им нет смысла участвовать.

$$(1.1) \quad P_k^a \geq P^o,$$

где  $P_k^a$  – максимальная приемлемая цена компании  $k$ , участвующей в розыгрыше лота;  $P^o$  – начальная цена соответствующего лота.

Отсутствие ценовых предложений без сговора может иметь место, если компаниям выгодно выиграть лоты, в розыгрыше которых они участвуют, только по цене в интервале от начальной цены до следующей возможной ставки в соответствии с шагом в 10% не включительно.

$$(1.2) \quad P_k^a \in [P^o; 1,1P^o[$$

Возможные действия каждой компании можно разделить на три этапа:

- 1) подавать заявку / не подавать заявку;
- 2) участвовать в аукционе / не участвовать в аукционе;
- 3) повышать цену / не повышать цену.

Обеспечение заявки, предусмотренное условиями конкурса, в данном случае не учитывается, так как полностью возвращается компании, отказавшейся от участия в аукционе или участвовавшей, но не выигравшей. Согласно терминологии теории игр, выигрыш для победившей компании (прибыльность) составляет разницу между доходом за срок действия договора, заключаемого по итогам торгов (далее по тексту – ценой за рекламу на рынке) ( $A$ ), и ценой за лот ( $P_k$ ), а также стоимостью установки и эксплуатации рекламных конструкций ( $c$ ).

$$(1.3) \quad W_k = (A - P_k - c)$$

Так как финальный выигрыш зависит от поведения других участников, для компаний он является ожидаемым (вероятностным). На данном этапе допустим, что цена за рекламу на рынке и стоимость установки и эксплуатации рекламных конструкций одинаковы для всех компаний.

$$(1.4) \quad E(W_k) = p(P_k)(A - P_k - c),$$

где  $E(W_k)$  – ожидаемый выигрыш компании  $k$ ;  $P_k$  – предложение по цене на торгах компании  $k$ ;

$$p(\cdot) - \text{функция вероятности выиграть лот, } \frac{\partial p(P_k)}{\partial P_k} > 0,$$

т.е. вероятность выигрыша компании растет при повышении ею ставки;  $A$  – цена за рекламу на рынке;  $c$  – стоимость установки рекламных конструкций.

Эффект повышения вероятности выигрыша лота на ожидаемый выигрыш зависит от цены рекламы на рынке.

$$\frac{\partial E(W_k)}{\partial p(P_k)} = A$$

Вероятность выигрыша компании растет при повышении ею ставки, однако сам выигрыш при этом падает, т.е. эффект для ожидаемого выигрыша является неоднозначным.

$$(1.5) \quad \frac{\partial E(W_k)}{\partial P_k} = (A - P_k - c) \frac{\partial p(P_k)}{\partial P_k} - p(P_k)$$

$$(1.6) \quad A - P_k - c \geq 0$$

$$(1.7) \quad \frac{\partial p(P_k)}{\partial P_k} > 0$$

$$(1.8) \quad p(P_k) > 0$$



Однако, если прибыльность близка к нулю, вероятность отрицательного эффекта от повышения ставки на ожидаемый выигрыш высока.

$$(1.9) \quad \lim_{(A - P_k - c) \rightarrow 0} \frac{\partial E(W_k)}{\partial P_k} = -p(P_k)$$

Ожидаемый выигрыш компаний при подаче заявок и при проведении самого аукциона изменился в связи с изменениями общеэкономической конъюнктуры, что в первую очередь сказалось на цене на рекламу на рынке (Р). Прогнозы по цене рекламы на рынке к концу 2014 г. снизились по сравнению с серединой года из-за падения спроса на рекламу. Таким образом, при  $A_1 > A_2$ , где  $A_1$  – цена на рекламу на рынке при подаче заявки, а  $A_2$  – цена на рекламу при проведении аукциона, выигрыш компаний упал с  $(A_1 - P_k - c)$  до  $(A_2 - P_k - c)$ , что, соответственно, повысило вероятность ситуации, при которой компаниям не выгодно повышать цену.

Ожидаемый выигрыш имеет значение также и при подаче заявок. Чем он выше, тем сильнее мотивация компаний подавать заявки на участие в аукционе. Можно предположить, что для принятия решения об участии в аукционе необходимо преодоление определенной положительной границы ожидаемой прибыли в случае, когда есть возможность участия в следующем аукционе, где с определенной вероятностью прибыль может быть выше, в условиях необходимости выбора между аукционами. Если же следующего аукциона не предвидится, то граница ожидаемой прибыли снижается до нуля.

В рассматриваемом случае в ближайшее время другого аукциона не предвиделось, что позволяет предположить, что компании могли подавать заявки даже в случае положительной, но близкой к нулю ожидаемой прибыли.

Ожидаемый выигрыш также упал с  $E(W_k)_1 = p(P_k)(A_1 - P_k - c)$  до  $E(W_k)_2 = p(P_k)(A_2 - P_k - c)$ . Эффект повышения вероятности выигрыша путем повышения цены, который соответствует цене на рекламу, также снизился, т.е. отрицательный эффект повышения цены на ожидаемый выигрыш стал более вероятным.

$$(1.10) \quad \frac{\partial E(W_k)_1}{\partial p(P_k)} = A_1 > \frac{\partial E(W_k)_2}{\partial p(P_k)} = A_2$$

Таким образом, наблюдаемая ситуация могла иметь место, если приемлемая цена (предложение на торгах) компаний, подавших заявку, соответствовала неотрицательному ожидаемому выигрышу данных компаний при подаче заявки. Максимальная приемлемая цена соответствует цене за рекламу за вычетом издержек на ее установку и эксплуатацию. Для подачи заявки необходимо, чтобы начальная цена была не выше цены за рекламу за вычетом издержек на ее установку.

$$(1.11) \quad E(W_k)_1 = p(P_k)(A_1 - P_0 - c) \geq 0$$

$$(1.12) \quad A_1 - c \geq P_0$$

$$(1.13) \quad P_k^a = A_1 - c$$

Затем на втором этапе компании принимали решение участвовать в аукционе, если новый ожидаемый выигрыш был неотрицательным, т.е. если при новых ценах на рекламу выигрыш оставался не меньше нуля, а разница между ценой на рекламу и издержками на ее установку и эксплуатацию – больше начальной цены лота.

$$(1.14) \quad E(W_k)_2 = p(P_k)(A_2 - P_0 - c) \geq 0$$

$$(1.15) \quad A_2 - c \geq P_0$$

$$(1.16) \quad P_k^a = A_2 - c$$

Наконец, на последнем этапе компании принимали решение не повышать цену, если повышение цены приводило к отрицательному ожидаемому выигрышу.

$$(1.17) \quad E(W_k)_2 = p(P_k)(A_2 - 1,1P_0 - c) < 0$$

Так как не все компании подавали заявки и участвовали во всех лотах, можно предположить, что ценность лотов для каждой компании различается. Это может быть выражено в разной прибыльности лотов для разных компаний.

Прибыльность лота для компании зависит как от характеристик самой компании, так и от характеристик лота. Соответственно, в данном случае разница между компаниями может быть охарактеризована разными издержками на установку и эксплуатацию рекламы ( $c_k$  – издержки на установку и эксплуатацию рекламы компании  $k$ ), а разница в лотах – их начальной ценой и ценой на рекламу, которая, в свою очередь, может быть обусловлена адресом рекламного места. Иными словами, лоты одного типа имеют одинаковую начальную цену ( $P_0^j$  – начальная цена лота типа  $j$ ) и цену на рекламу (адрес) ( $A_j$  – цена на рекламу, соответствующая адресу лота типа  $j$ ), а лоты других типов отличаются либо начальной ценой, либо ценой на рекламу, либо и тем и другим. Тогда условие компании  $k$  для подачи заявки на участие в лотах типа  $j$ , но отказа от подачи заявки на участие в других лотах (- $j$ ) выглядит следующим образом:

$$(1.18) \quad A_1^j - c_k \geq P_0^j$$

$$(1.19) \quad A_1^j - c_k < P_0^j$$

или

$$(1.20) \quad A_1^j - c_k < P_0^j$$

или

$$(1.21) \quad A_1^j - c_k < P_0^j$$

Условие компании  $k$  для участия в лотах типа  $j$ , но отказа от участия в других лотах (- $j$ ) выглядит следующим образом:

$$(1.22) \quad A_2^j - c_k \geq P_0^j$$

$$(1.23) \quad A_2^j - c_k < P_0^j$$

или

$$(1.24) \quad A_2^j - c_k < P_0^j$$

или

$$(1.25) \quad A_2^j - c_k < P_0^j$$

Если бы для нескольких компаний ожидаемый выигрыш при повышении ставки был больше нуля, то произошло бы повышение ставки, так как при проигрыше участник ничего не получает. Этого не происходит, если для каждой компании по каждому лоту уже при начальной цене прибыльность близка к нулю.

$$(1.26) \quad A_2^j - c_k \approx P_0^j$$

Таким образом, мы продемонстрировали, что на рынке могли сложиться условия, при которых оптимальное поведение компаний привело к наблюдаемому результату. Тогда он является не следствием сговора, так как при этом наблюдаемое поведение компаний не зависит от поведения других компаний, а является следствием параллельных действий, когда компании независимо друг от друга ведут себя определенным образом из-за сложившихся обстоятельств на рынке. В этом случае наблюдаемый результат является и равновесием, по Нэшу и Парето, оптимальным, т.е. компаниям не нужно было сговариваться, чтобы добиться результата, при котором общая отдача компаний максимальна.

Какова вероятность поведения компаний, при котором все лоты аукциона были проданы по минимальной цене, без предварительного соглашения?

Нам не известна прибыльность лотов и, соответственно, максимальные приемлемые цены компаний. Поэтому, чтобы оценить вероятность наблюдаемого результата без предварительного сговора, нам необходимо установить соответствие между наблюдаемым распределением лотов и ожидаемым распределением, которое имело бы место в отсутствие сговора.

Нам известно, в розыгрыше каких лотов участвовала каждая из пяти компаний, а также какая из них какой из лотов выиграла (см. график 2). Если мы предполагаем, что зарегистрированные компании готовы заплатить на-

чальную цену (иначе бы они не пришли на аукцион), но не могут ее повышать (т.е. выигрыш любого лота по цене выше начальной ни для одной из компаний не является выгодным), тогда без предварительного соглашения распределение лотов должно зависеть от скорости реакции непосредственного участника аукциона и, при предположении об одинаковой скорости реакции всех участников, будет соответствовать случайному. Допустим, что в случае сговора распределение лотов отлично от случайного, так как задается договоренностью, которая следует определенной логике. Тогда в случае сговора наблюдаемое распределение лотов будет значительно отличаться от случайного.

При случайном распределении лотов вероятность выиграть лот в каждом розыгрыше зависит исключительно от количества участников.

$$(2.1) \quad p_i = \frac{1}{n_i},$$

где  $p_i$  – вероятность выиграть лот в розыгрыше  $i$ ;  $n_i$  – количество участников в розыгрыше  $i$ ;  $i = 1, \dots, 67$ .

Данная величина может быть также интерпретирована как часть лота, которую компания выигрывает в каждом аукционе, в котором участвует. Тогда ожидаемое количество выигранных лотов каждой компанией равно сумме долей лотов в каждом розыгрыше, в котором участвовала компания.

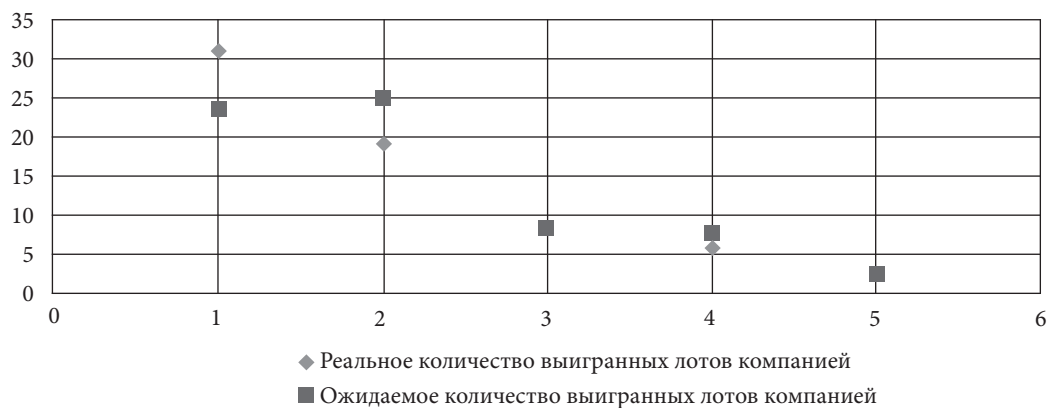
$$(2.2) \quad E(w_k) = \sum_{i=1}^{67} p_i,$$

где  $E(w_k)$  – ожидаемое количество лотов, выигранных компанией  $k$ ;  $k = 1, \dots, 5$ ;  $p_i = 0$ , если компания не участвовала в розыгрыше лота<sup>3</sup>.

Ожидаемое количество выигранных лотов каждой компанией при их случайном распределении необходимо сопоставить с наблюдаемым количеством.

График 2

### Ожидаемое и наблюдаемое распределение выигранных лотов между участниками торгов



<sup>3</sup> Следует отметить разницу между  $W_k$  – монетарным выигрышем компании  $k$  и  $w_k$  – количеством лотов, выигранных компанией  $k$ .

На графике выше изображены наблюдаемое и ожидаемое распределение лотов. По горизонтальной оси расположены компании. По вертикальной оси – количество выигранных лотов.

На графике видно, что наблюдаемое распределение соответствует по форме ожидаемому распределению, однако имеют место и расхождения. Для того чтобы понять, насколько оно значительно, мы используем хи-квадрат статистику.

$$(2.3) \quad \chi^2 = \sum_{k=1}^5 \frac{(E(w_k) - w_k)^2}{E(w_k)}$$

где  $w_k$  – наблюдаемое количество выигранных лотов каждой компанией.

С помощью данной статистики мы тестируем нулевую гипотезу о том, что наблюдаемое распределение лотов соответствует случайному, против альтернативной гипотезы о том, что распределение лотов случайным не является.

Таблица 1

**Хи-статистика. Гипотеза 1**

Компании	1	2	3	4	5	Сумма
$w_k$	31	19	9	6	2	67
$E(w_k)$	23,78	24,78	8,78	7,20	2,45	67
$E(w_k) - w_k$	7,22	-5,78	0,22	-1,20	-0,45	0
$(E(w_k) - w_k)^2$	52,08	33,45	0,05	1,44	0,20	
$\frac{(E(w_k) - w_k)^2}{E(w_k)}$	2,19	1,35	0,01	0,2	0,08	<b>3,83</b>

Выше представлена таблица, где рассчитана хи-статистика.

$$(2.4) \quad \chi^2 = 3,83$$

Данное число отражает, насколько в абсолютном выражении наблюдаемое распределение лотов отличается от ожидаемого относительно уровня ожидаемого распределения. Таким образом, оно учитывает отклонение в обе стороны (когда наблюдаемое количество выигранных лотов больше ожидаемого и когда оно меньше), а также соотносит значимость разницы с величиной ожидаемого количества лотов (так как при ожидаемом количестве в 5 лотов разница в 2 лота является более значительной, чем в 20).

Ожидаемое количество лотов соответствует случайному распределению лотов среди компаний. Сумма ожидаемого количества лотов, выигранных каждой компанией, равна общему количеству лотов.

$$(2.5) \quad E(w) = \sum_{k=1}^5 E(w_k) = \sum_{k=1}^5 w_k = 67$$

Сумма разницы между ожидаемым числом выигранных лотов и их реальным числом равна нулю, так как данная игра является игрой с нулевой суммой, т.е. проигрыш одного – это автоматически выигрыш другого.

Для проведения теста нам также необходимо определить число степеней свободы, которое в нашем случае равно количеству групп (компаний) минус один, так как общее количество лотов должно быть равно 67.

$$(2.6) \quad \text{Степени свободы} = 5 - 1 = 4$$

Согласно рассчитанной хи-статистике и числу степеней свободы, нулевая гипотеза о случайности распределения лотов не может быть отвергнута при уровне значимости меньше 50%.

$$(2.7) \quad \chi_{0,5}^2 < \chi^2 < \chi_{0,4}^2$$

Тот факт, что нулевая гипотеза не может быть отвергнута, не означает, что она верна. Иными словами, нельзя напрямую утверждать, что распределение лотов было случайным. Однако, согласно полученному результату, нет оснований считать, что гипотеза о случайном распределении лотов неверна. То есть нет свидетельств тому, что распределение лотов не было случайным.

Подводя итог, можно сделать вывод по результатам первого теста: **(1) нет оснований полагать, что наблюдаемое распределение лотов не является случайным, (2) вероятность случайного распределения лотов более 50%.**

Следует также заметить, что отклонение наблюдаемого распределения лотов от ожидаемого связано и с тем, что в реальности лоты по частям не продаются, тогда как при расчете случайного распределения мы предполагаем такую возможность. Это означает, что соответствие наблюдаемого распределения случайному может быть еще более вероятным, так как если убрать отклонения, связанные с данной особенностью ожидаемого распределения по сравнению с наблюдаемым распределением, то мы получим статистику, при которой нулевая гипотеза о случайности распределения лотов не может быть отвергнута при еще более высоком уровне значимости.

Как отмечалось выше, лоты отличаются друг от друга. Они имеют разные адреса, первоначальные цены, а также три лота отличаются по формату рекламных конструкций (в 64 случаях – щит 6 x 3, в трех случаях – сити-борд 2,7 x 3,7). Можно предположить, что цена на рекламу на рынке (А) зависит от расположения рекламной конструкции и от ее формата. Только один отличается по формату рекламной конструкции от лотов, соответствующих тому же адресу рекламной конструкции. Однако данный лот значительно отличается по начальной цене от других лотов, соответствующих тому же адресу рекламной конструкции. Таким образом, главное различие между лотами состоит в расположении, формате, соответствующей им рекламной конструкции и начальной цене.

Компании также отличаются друг от друга, что может быть отражено в разном уровне издержек на установку и эксплуатацию рекламных кон-

струкций (с). Разница в издержках может быть вызвана отличиями компаний по масштабу производства, закупочным материалам, связям, эффективности, оценкам рисков и т.д.

Различия в лотах и различия компаний формируют прибыльность лота для каждой компании при начальной цене ( $A_2^j - c_k - P_0^j$ , где  $A_2^j$  – цена на рекламу лота типа  $j$ ;  $P_0^j$  – начальная цена лота типа  $j$ ;  $c_k$  – издержки на установку и эксплуатацию компании  $k$ ). Проверка гипотезы о том, что распределение лотов случайно среди компаний, участвующих в розыгрыше лотов разного типа, позволит, во-первых, проверить устойчивость предыдущего результата, а во-вторых, интернализировать возможную разницу между компаниями, а также между лотами. Как отмечалось выше, основными наблюдаемыми характеристиками лотов являются адрес, формат соответствующей рекламной конструкции и цена. Таким образом, все лоты могут быть разделены на категории относительно данных характеристик, что дает нам 22 категории. Соответственно, каждая категория содержит лоты, расположенные по определенному адресу и имеющие определенную начальную цену (так как лоты, соответствующие рекламной конструкции другого формата, отличаются от других лотов также либо ценой, либо адресом).

Если сговора не было, то прибыльность при начальной цене для каждой компании по каждому лоту должна была быть близка к нулю и, соответственно, не иметь значения. Тогда распределение выигрышей лотов с разной прибыльностью должно соответствовать случайному. Если сговор был, то прибыльность имела значение, и распределение лотов с разной прибыльностью значительно отличается от случайного.

Мы делим все лоты на лоты с разной прибыльностью. Для этого мы выделяем все лоты разного типа, в которых участвовали разные компании ( $l_{jk}$  – лот типа  $j$ , выигранный компанией  $k$ ). Это дает 82 наблюдения, где каждое наблюдение представляет собой количество выигрышей определенной компании, участвующей в розыгрыше лотов разного типа.

$$(2.8) \quad \sum_{k=1}^5 \sum_{j=1}^{22} l_{jk} = 82$$

$l_{jk} = 1$ , если компания  $k$  участвовала в розыгрыше лота типа  $j$ ,  $l_{jk} = 0$ , если компания не участвовала.

Сумма всех лотов, выигранных компаниями, участвующих в розыгрыше лотов разного типа, соответственно равна, общему количеству лотов.

$$(2.9) \quad \sum_{kj=1}^{82} w_{jk} = 67$$

Ожидаемое распределение лотов, как и в прошлом примере, соответствует случайному, а их сумма также равна общему количеству лотов.

$$(2.10) \quad \sum_{kj=1}^{82} E(w_{jk}) = 67$$

Для проверки гипотезы о том, что наблюдаемое распределение лотов среди разных компаний с учетом их разной прибыльности также случайно,

нам необходимо сопоставить наблюдаемое распределение лотов с ожидаемым (которое в нашем случае является случайным). Для этого мы выделяем четыре группы исходов, соответствующих количеству раз, которые лоты с разной прибыльностью были выиграны компаниями:

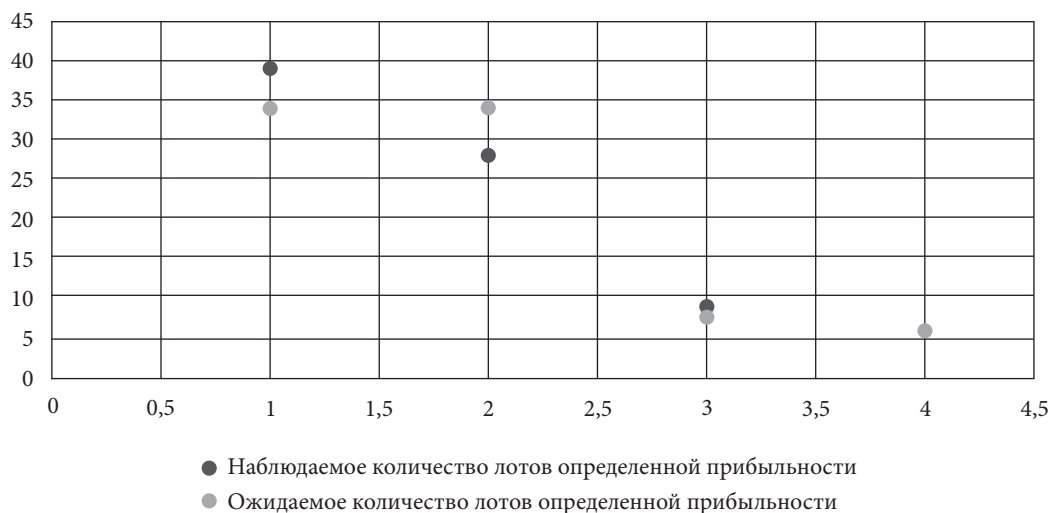
1.  $[0; 0,5[$ ,
2.  $[0,5; 1,5[$ ,
3.  $[1,5; 2,5[$ ,
4.  $[2,5; \infty]$ .

В первый интервал попадают выигранные лоты с определенной прибыльностью – от нуля до 0,5 раза не включительно, во второй интервал – от половины до полутора раз включительно и т.д. Понимая, что в реальности лоты не могут быть проданы по частям, были выбраны данные интервалы, так как при вычислении ожидаемого распределения лотов мы предполагаем такую возможность.

Затем мы рассчитываем ожидаемое количество лотов с определенной прибыльностью, которое должно было быть выиграно соответствующее каждому интервалу количество раз, при условии, если распределение лотов среди компаний не зависит от их прибыльности, и сравниваем его с наблюдаемым количеством лотов определенного типа, которые были выиграны соответствующее количество раз.

График 3

### Наблюдаемое и ожидаемое распределение лотов разной прибыльности



На графике выше представлены ожидаемое и наблюдаемое распределения лотов. На горизонтальной оси расположено количество раз, которое лоты разной прибыльности были выиграны, а на вертикальной оси – количество лотов определенной прибыльности, выигранных компаниями. Визуально наблюдаемое распределение лотов по форме соответствует ожидаемому, но, как и в прошлый раз, для того чтобы определить, насколько



значительно отклонение наблюдаемого распределения от ожидаемого (случайного), нам необходимо использовать хи-квадрат статистику.

$$(2.11) \quad \chi^2 = \sum_{n=1}^4 \frac{(E(l_n) - l_n)^2}{E(l_n)},$$

где  $l_n$  – наблюдаемое количество лотов определенного типа, выигранных количество раз, соответствующее интервалу  $n$ ;  $n = 1, \dots, 4$ ;  $E(l_n)$  – ожидаемое количество лотов определенного типа, выигранных количество раз, соответствующее интервалу  $n$ , если распределение лотов является случайным.

Таблица 2

## Хи-статистика. Гипотеза 2

Количество лотов определенного типа, выигранных каждой компанией	$l_n$	$E(l_n)$	$E(l_n) - l_n$	$(E(l_n) - l_n)^2$	$\frac{(E(l_n) - l_n)^2}{E(l_n)}$
(0; 0,5)	39	34	-5	25	0,74
(0,5; 1,5)	28	34	6	36	1,06
(1,5; 2,5)	9	8	-1	1	0,13
(2,5; $\infty$ )	6	6	0	0	0
Сумма	82	82	0		<b>1,92</b>

$$(2.12) \quad \chi^2 = 1,92$$

Число степеней свободы, как и в прошлый раз, равно количеству групп (интервалы, соответствующие количеству раз, которое лоты с разной прибылью были выиграны компаниями) минус один, так как общее количество компаний, участвующих в розыгрыше лотов разного типа, должно быть равно 82.

$$(2.13) \quad \text{Степени свободы} = 4 - 1 = 3$$

Согласно рассчитанной хи-статистике и числу степеней свободы, нулевая гипотеза не может быть отвергнута при уровне значимости меньше 60%.

$$(2.14) \quad \chi_{0,6}^2 < \chi^2 < \chi_{0,5}^2$$

Подводя итог, можно сделать вывод по результатам второго теста: **(1) нет оснований полагать, что наблюдаемое распределение лотов с учетом возможной разницы между ними относительно их прибыльности для разных компаний не является случайным, и (2) вероятность случайного распределения лотов более 60%.**

## Заключение

В работе был предложен методологический подход к анализу параллельного поведения компаний на аукционе, основанный на экономической теории и количественном анализе результатов аукциона. Данный анализ является примером экономической аргументации в антимонопольном разбирательстве по статье о согласованных действиях. Он был направлен на проверку гипотезы об отсутствии сознательного параллелизма на торгах государственным и муниципальным имуществом. Анализ состоит из трех основных компонентов: выявление внешних факторов, которые обуславливают синхронное поведение компаний; демонстрация мотивации компаний, обусловленной данными факторами, которая приводит к наблюдаемому поведению; количественный анализ данных для установления вероятности такой мотивации компаний.

На основании проведенного анализа было установлено, что, исходя из данных предпосылок, поведение компаний могло быть обусловлено внешними факторами, а не сговором. Во второй части работы был предложен эмпирический анализ данных о результатах проведения аукциона, на основании которого была рассчитана вероятность наблюдаемого результата аукциона без предварительного соглашения его участников. На основании проведенного анализа можно сделать вывод, что вероятность наблюдаемого поведения компаний без предварительного соглашения более 50%.

Основными выводами работы является то, что при анализе подозрений в согласованном поведении (сговоре) необходимо учитывать динамику внешней конъюнктуры. Это является особенно важным, когда рыночные условия и, соответственно, ожидания участников торгов меняются быстро и радикально в период между формированием стартовых условий аукциона, подачи заявок и проведения торгов. Также была продемонстрирована возможность проведения статистического анализа результатов торгов для выявления вероятности наличия сговора и предложена соответствующая схема анализа.

Основными ограничениями проведенного анализа являются предпосылки экономической теории, лежащей в его основе. Кроме того, отсутствие оснований для того, чтобы отвергнуть гипотезу о том, что распределение является случайным не означает, что данная гипотеза верна.

Предложенный анализ стал частью экспертного заключения в рассмотренном антимонопольном деле. Важно заметить, что предпосылки, лежащие в основе моделей, а также информация, используемая в количественном анализе, были отражены в предложенном экспертном заключении, что позволяет оценить устойчивость полученных результатов. Это очень важно для принятия объективного судебного решения с учетом предоставленного экспертного экономического анализа (Baker, Bresnahan, 2006; Solow, Fletcher, 2006). Дело было разрешено в пользу компаний в первой инстанции. Это решение было подтверждено также в апелляционной инстанции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Авдашева С.Б. Экономический анализ для целей применения антимонопольного законодательства: что, где, когда? // Конкурентное право. – 2012. – № 1. – С. 5–11.
2. Baker J.B., Bresnahan T. Economic Evidence in Antitrust: Defining Markets and Measuring Market Power // Stanford Law and Economics Olin. Working Paper. 2006. N. 328.
3. Baldwin L., Marshall L.R., Richard J.F. Bidder Collusion at Forest Service Timber Sales // Journal of Political Economy. 1997. N 105. P. 657–699. URL: <http://dx.doi.org/10.1086/262089> (дата обращения: 24.11.2017).
4. Brusco S., Lopomo G. Collusion via Signaling in Simultaneous Ascending Bid Auctions with Heterogeneous Objects, with and without Complementarities // The Review of Economic Studies. 2002. Vol. 69. N. 2. P. 407–463.
5. Cramton P. Ascending Auctions // European Economic Review. 1998. Vol. 42. N. 3–5. P. 745–756.
6. Cramton P., Schwartz J.A. Collusive Bidding: Lessons from the FCC Spectrum Auctions. Journal of Regulatory Economics. 2000. N. 17. P. 229–252.
7. Fumagalli C., Motta M. A Simple Theory of Predation // The Journal of Law and Economics. 2013. Vol. 56. N. 3. P. 595–631.
8. Grimm V., Riedel F., Wolfstetter E. Low Price Equilibrium in Multi-Unit Auctions: The GSM Spectrum Auction in Germany // Discussion Papers, Interdisciplinary Research Project 373: Quantification and Simulation of Economic Processes. 2001. N. 31. URL: <https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/4199/31.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения: 24.11.2017).
9. Katsoulacos Y., Avdasheva S.B., Golovanova S. Legal Standards and the Role of Economics in Competition Law Enforcement // European Competition Journal. 2016. Vol. 12. N. 2–3. P. 277–297.
10. Kovacic W.E., Marshall R.C., Marx L.M., Raiff M.E. Bidding Rings and the Design of Anti-Collusion Measures for Auctions and Procurements // Handbook of Procurement, edited by N. Dimitri, G. Piga, G. Spagnolo. Cambridge, Cambridge University Press. 2006.
11. Kovacic W.E., Marshall R.C. Marx L.M., White Jr., Halbert L. Plus Factors and Agreement in Antitrust Law // Michigan Law Review. 2011. Vol. 110. N. 3. P. 393–436.
12. Marshall R.B., Marx L.M. The Vulnerability of Auctions to Bidder Collusion // Working paper. 2008
13. Marshall R.C., Meurer M.J. Bidder Collusion and Antitrust law: Refining the Analysis of Price Fixing to Account for the Special Features of Auction Markets // Antitrust Law Journal. 2004. N. 1.
14. Ordover J.A., Saloner J. Predation, Monopolization, and Antitrust // Handbook of Industrial Organization, edited by. R. Schmalensee, R.D. Willig, Amsterdam, Elsevier science publishers BV. 1989. Vol. 1. P. 537–569.
15. Page W.H. Twombly and Communication: the Emerging Definition of Concerted Action under the New Pleading Standards // Journal of Competition Law & Economics. 2009. Vol. 5. N. 3. P. 439–468.

16. Porter R.H. Detecting Collusion // CSIO Working paper. 2004. N. 0051.
17. Robinson M. Collusion and the choice of auction // UCLA Working paper. 1984. N. 340.
18. Sherstyuk K. Collusion in Private Value Ascending Price Auctions // Journal of Economic Behavior & Organization. 2002. Vol. 48. N. 2. P. 177–195.
19. Solow J.L., Fletcher D. Doing Good Economics in the Courtroom: Thoughts on Daubert and Expert Testimony in Antitrust // Journal of Corporation Law. 2006. Vol. 31. P. 489–502.
20. Werden G.J. Economic Evidence on the Existence of Collusion: Reconciling Antitrust Law // Antitrust Law Journal. 2004. Vol. 71. N. 3. P. 719–800.

---

## MODELING AND EMPIRICAL ASSESSMENT OF THE PARALLELISM AT THE AUCTION

---

### **Andrey Shastitko**

PhD in Economics, Professor, Head of the department  
of competition and industrial policy  
at Lomonosov Moscow State University;  
Head of the Research center on competition  
and economic regulation at the Russian Presidential  
Academy of National Economy and Public Administration  
Address: 1 Leninskiye Gory, 119991, Moscow, Russian Federation  
E-mail: aes99@yandex.ru

### **Anastasia Shastitko**

PhD in Economics, Research fellow of the Research center  
on competition and economic regulation at the Russian  
Presidential Academy of National Economy and Public Administration;  
Junior research fellow of the department of competition  
and industrial policy at the Lomonosov Moscow State University  
Address: 82–84 Vernadskogo Av., 119571, Moscow, Russian Federation.  
E-mail: shastitkoanastasia@gmail.com

### Abstract

The article concerns standards of economic analysis in antitrust cases based on the example of the case on concerted actions (article 11 of The Federal Law No. 135-FZ “On the Protection of Competition”, which became enforced on 26 July, 2006). Using economic theory and quantitative analysis of the results of the auction, the article offers a methodological approach to the analysis of parallel behavior of participants of an

auction. The development of new methodological approaches is necessary for the antitrust law enforcement when behavior of companies cannot be qualified as illegal *per se*. The analysis of the parallel behavior of participants of the auction consists of three main parts: the revelation of external factors that could have caused the parallel behavior of companies; the description of the companies' motivation caused by these factors that could have led to the observed behavior; quantitative analysis of the probability of such motivation. According to the results, parallelism that was observed might have been not the consequence of collusion but have been caused by external economic factors. Based on the data of the results of the tender for the right to install advertising constructions in one of the Russian cities, using mathematical analysis, probability theory, game theory and mathematical statistics, it was shown how the existing market conditions could have led to the observed behavior of companies; and the probability of such behavior without collusion was estimated. The idea of the structure of economic analysis offered in this work can be employed in the wide range of antitrust cases on cartels and concerted actions.

**Keywords:** concerted actions; parallel behavior; standards of economic analysis; antitrust; auction.

**Citation:** Shastitko, A.E. & Shastitko, A.A. (2017). Modelirovanie i empiricheskaya otsenka paralelizma v povedenii na torgakh [Modeling and empirical assessment of the parallelism at the auction]. *Public Administration Issues*, no 4, pp. 7–28 (in Russian).

## REFERENCES

1. Avdasheva, S.B. (2012) Ekonomicheskii analiz dlya tselei primeneniya antimonopol'nogo zakonodatel'stva: chto, gde, kogda? [Economic Analysis for the Antitrust Law Enforcement: What, When, Where?]. *Konkurentnoe parvo*, no 1, pp. 5–11.
2. Katsoulacos, Y., Avdasheva, S.B. & Golovanova, S. (2016). Legal Standards and the Role of Economics in Competition Law Enforcement. *European Competition Journal*. vol. 12, no 2–3, pp. 277–297.
3. Baker, J.B. & Bresnahan, T. (2006). Economic Evidence in Antitrust: Defining Markets and Measuring Market Power. *Stanford Law and Economics Olin*. Working paper, no 328.
4. Baldwin, L., Marshall, L.R. & Richard, J.F. (1997). Bidder Collusion at Forest Service Timber Sales. *Journal of Political Economy*, no 105, pp. 657–699. Available at: <http://dx.doi.org/10.1086/262089> (accessed: 24 November, 2017).
5. Brusco, S. & Lopomo, G. (2002). Collusion via Signaling in Simultaneous Ascending Bid Auctions with Heterogeneous Objects, with and without Complementarities. *The Review of Economic Studies*, vol. 69, no 2, pp. 407–463.
6. Cramton, P. (1998). Ascending Auctions. *European Economic Review*, vol. 42, no 3–5, pp. 745–756.
7. Cramton, P. & Schwartz, J.A. (2000). Collusive Bidding: Lessons from the FCC Spectrum Auctions. *Journal of Regulatory Economics*, no 17, pp. 229–252.
8. Fumagalli, C. & Motta, M. (2013). A Simple Theory of Predation. *The Journal of Law and Economics*, vol. 56, no 3, pp. 595–631.

9. Grimm, V., Riedel, F. & Wolfstetter, E. (2001). Low Price Equilibrium in Multi-Unit Auctions: The GSM Spectrum Auction in Germany. Discussion Papers, *Interdisciplinary Research Project 373: Quantification and Simulation of Economic Processes*, no 31. Available at: <https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/4199/31.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (accessed: 24 November, 2017).
10. Kovacic, W.E., Marshall, R.C., Marx, L.M. & Raiff, M.E. (2006). Bidding Rings and the Design of Anti-Collusion Measures for Auctions and Procurements. In: *Handbook of Procurement* (eds. N. Dimitri, G. Piga and G. Spagnolo). Cambridge, Cambridge University Press.
11. Kovacic, W.E., Marshall, R.C. Marx, L.M., White, Jr. & Halbert, L. (2011). Plus Factors and Agreement in Antitrust Law. *Michigan Law Review*. vol. 110, no 3, pp. 393–436.
12. Marshall, R.B. & Marx, L.M. (2008). *The Vulnerability of Auctions to Bidder Collusion*. Working paper, july 18. Available at: <http://capcp.psu.edu/papers/2008/MarshallMarxBWConfPaper.pdf> (accessed: 08 December, 2017).
13. Marshall, R.C., Meurer, M.J. (2004). Bidder Collusion and Antitrust Law: Refining the Analysis of Price Fixing to Account for the Special Features of Auction Markets. *Antitrust Law Journal*, no 1.
14. Ordover, J.A. & Saloner, J. (1989). Predation, Monopolization, and Antitrust. In: *Handbook of Industrial Organization* (eds. R. Schmalensee, R.D. Willig). Amsterdam, Elsevier science publishers BV, vol. 1, pp. 537–569.
15. Page, W.H. (2009). Twombly and communication: the emerging definition of concerted action under the new pleading standards. *Journal of Competition Law & Economics*, vol. 5, no 3, pp. 439–468.
16. Porter, R.H. (2004). Detecting Collusion. CSIO. Working paper, no 0051.
17. Robinson, M. (1984). Collusion and the Choice of Auction. *UCLA Working paper*, no 340.
18. Sherstyuk, K. (2002). Collusion in Private Value Ascending Price Auctions. *Journal of Economic Behavior & Organization*, vol. 48, no 2, pp. 177–195.
19. Solow, J. L. (2006). Fletcher D. Doing Good Economics in the Courtroom: Thoughts on Daubert and Expert Testimony in Antitrust. *Journal of Corporation Law*, no 31, pp. 489–502.
20. Werden, G.J. (2004). Economic Evidence on the Existence of Collusion: Reconciling Antitrust Law. *Antitrust Law Journal*, vol. 71, no 3, pp. 719–800.